КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
АЛЬ-ФАРАБИ

А.А. Темирбаев

СИНХРОНИЗАЦИЯ В ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ

Сборник лекции для студентов и магистрантов
специальности «Радиотехника, электроника и телекоммуникации»

Алматы, 2024

Аннотация

Коллективная динамика в больших ансамблях или сетях связанных осцилляторов или автоколебательных элементов является одной из основных проблем в нелинейной динамике. Она важна как для теоретического понимания сложных процессов, так и для широкого спектра приложений в различных областях. В данном сборнике лекции изложены теоретические основы синхронизации и экспериментальные результаты автора по исследованию синхронизации в электронных ансамблях с глобальной и нелинейной связью.

Сборник лекции предназначен для студентов желающих ознакомиться с физическим феноменом – синхронизация.

Лекция 5. Основные модели. Критерий синхронизации

Цель лекции: Рассмотреть основные модели для изучения и демонстрации явления синхронизации, а также объяснить важность изучения таких систем в прикладных и теоретических исследованиях.

1. Осциллятор Ван-дер Поля

Первая модель – это осциллятор (генератор) Ван дер Поля, рассматриваемый как основная модель периодической автоколебательной системы (периодического осциллятора). Далее мы кратко опишем известные, ставшие уже парадигматическими, хаотические осцилляторы: системы Ресслера и Лоренца. Затем мы представляем модель фазовых осцилляторов и модель Ландау-Стюарта.

Одна из основных моделей в нелинейной динамике – осциллятор Ван дер Поля, описываемый системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &\dot{x} = y, \\ &\dot{y} = -\omega_0^2 x + \mu\left(1 - x^2\right) y, \end{aligned}$$

где ω_0 - частота колебаний и параметр нелинейности $\mu \geq 0$, управляющий формой колебаний. На рис.1 приведены формы колебаний и фазовые портреты для слабой ($\mu \ll 1$) и для сильной ($\mu \gg 1$) нелинейности. В обоих случаях единственный аттрактор на фазовой плоскости – предельный цикл. На рис.2 (a,b) приведены спектры колебаний, а на рис.2(c,d) временные реализации переменной $x(t)$ Обратим внимание на два различия в колебательных свойствах осциллятора:

(a) Колебания слабо-нелинейного осциллятора Ван дер Поля ($\mu \ll 1$) близки к гармоническим, поэтому в спектре мощности доминирует только одна – собственная частота осциллятора ω (рис.2(a)), в то время как колебания сильно нелинейного осциллятора ($\mu \gg 1$) носят релаксационный характер; спектр мощности таких колебаний содержит также комбинационные частоты (рис. 2(b)).

(b) Существует сильное различие в скорости приближения к предельному циклу для слабой и сильной нелинейности. В случае релаксационных колебаний наблюдается быстрая сходимость к предельному циклу (рис.1(c)).

Эти свойства обусловливает существенные различия при наступлении синхронизации в этих системах.

Для обоих типов предельных циклов фаза колебаний может введена так:

$$\phi = -\arctan\frac{y}{x} + \pi k \qquad (2)$$

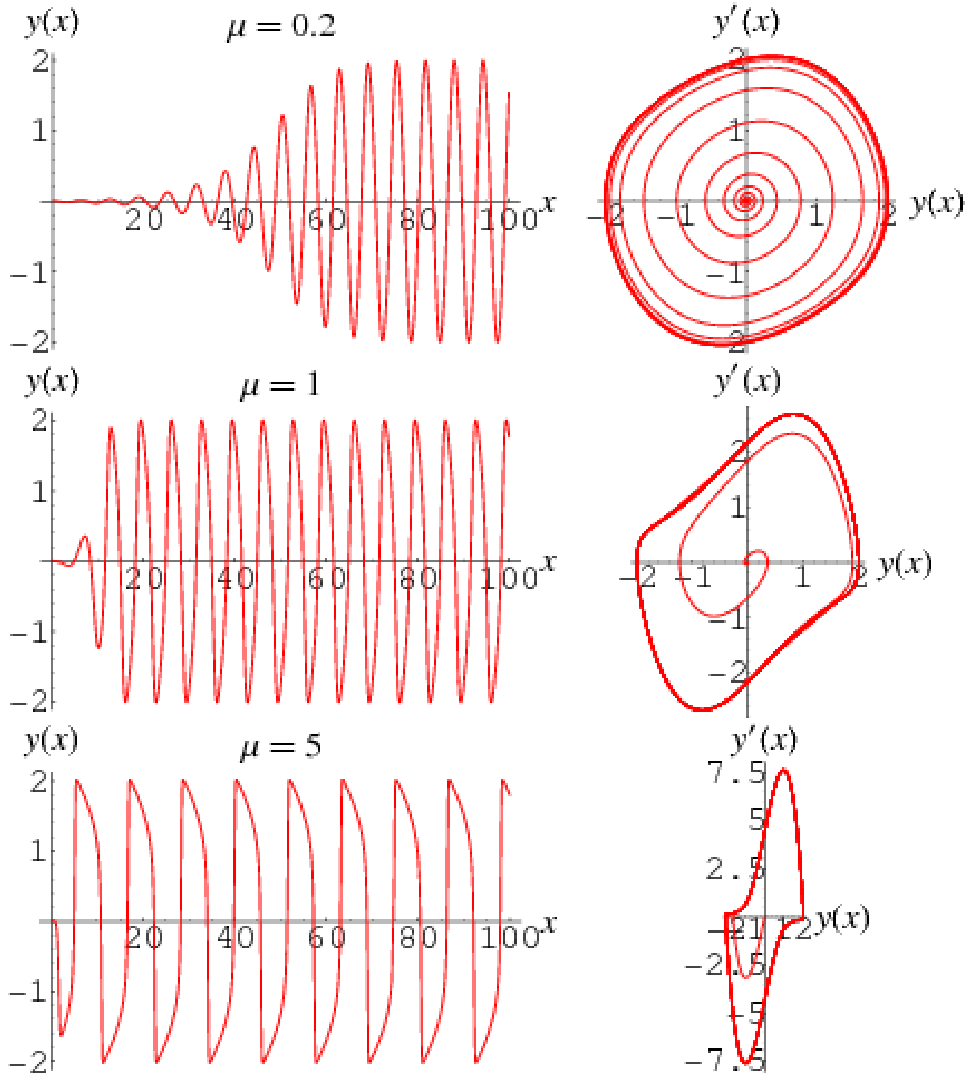

Рис.1. – Форма колебаний и фазовые портреты системы (1) для различных значений параметра нелинейности $\mu = 0.2$, $\mu = 1$, $\mu = 5$

где k - целое число. Это определение обеспечивает выполнение для переменной ϕ двух условий, необходимых для того, чтобы ее называть фазой -

- монотонный рост во времени и
- увеличение на 2π после прохождения изображающей точки всего предельного цикла.

Именно эти условия будут использоваться при введении фазы хаотических колебаний.

Следует также отметить, что как квазигармонический, так и релаксационный предельные циклы, устойчивы в поперечном направлении, так как возмущение амплитуды затухает. При движении в касательном направлении, т.е. при изменении фазы, имеет место безразличное равновесие: нет ни устойчивости, ни неустойчивости.

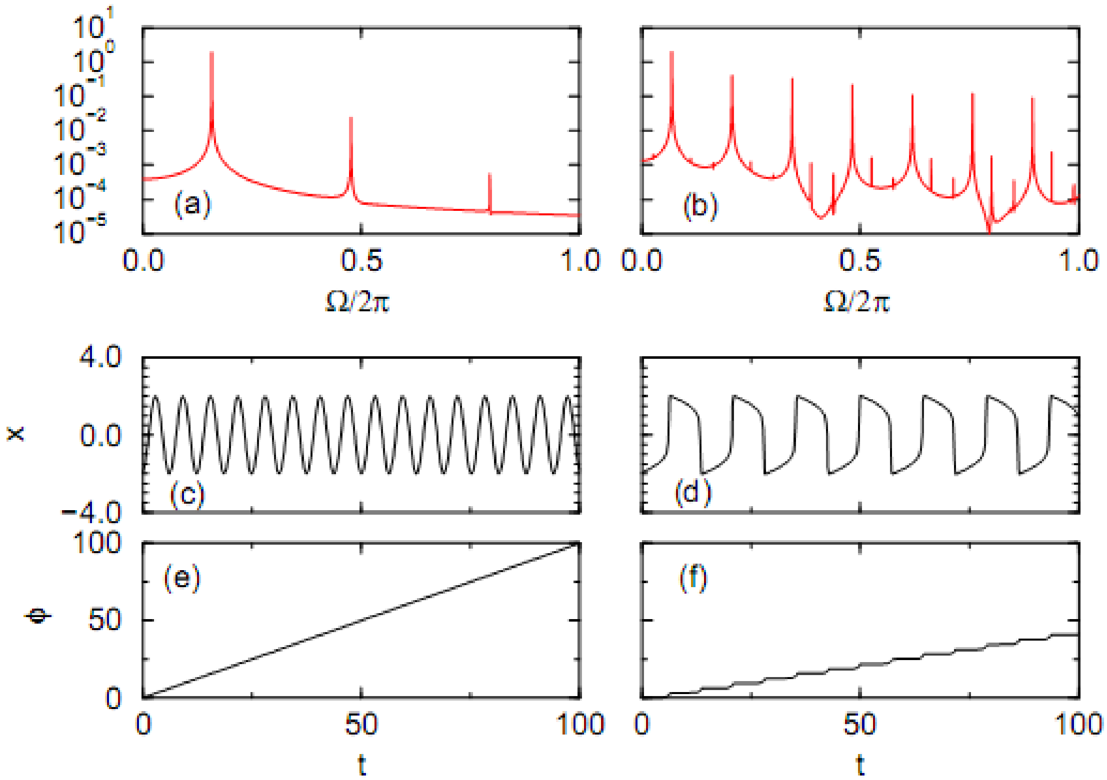

Рис.2. – Спектры (a,b), реализации (c,d) и фазы (e,f) системы (1) для $\omega_0 = 1$, $\mu = 0.12$ (a,c,e) и $\mu = 7$ (b,d,f)

Отсюда можно сделать два вывода: (a) фазе колебаний соответствует нулевой ляпуновский показатель, (b) фаза может легко управляться внешним воздействием, что является крайне важным при достижении синхронного режима.

Для квазигармонического случая рост фазы практически линейный (рис.2(e)), в то время как для релаксационных колебаний эволюция фазы во времени представляет собой чередование сравнительно длительных участков практически не меняющейся фазы с короткими участками ее быстрого роста – скачками на 2π (рис.2(f)). Эти скачки называются фазовыми проскоками (phase slips).

Заметим, что модель (1), впервые представленная в [1, 9] для описания эволюции напряжения и тока в электрическом генераторе, является в настоящее время одной из базовых, классических моделей теории колебаний и нелинейной динамики [1].

Задание:

1. Получить укороченные амплитудно-фазовые уравнения для слабо-нелинейного осциллятора Ван дер Поля.
2. Вычислить зависимость периода колебаний релаксационного осциллятора Ван дер Поля от параметра μ.
3. В среде MultiSim собрать электронную схему осциллятора Ван дер Поля (рис.3.) и исследовать нелинейную динамику данной системы.

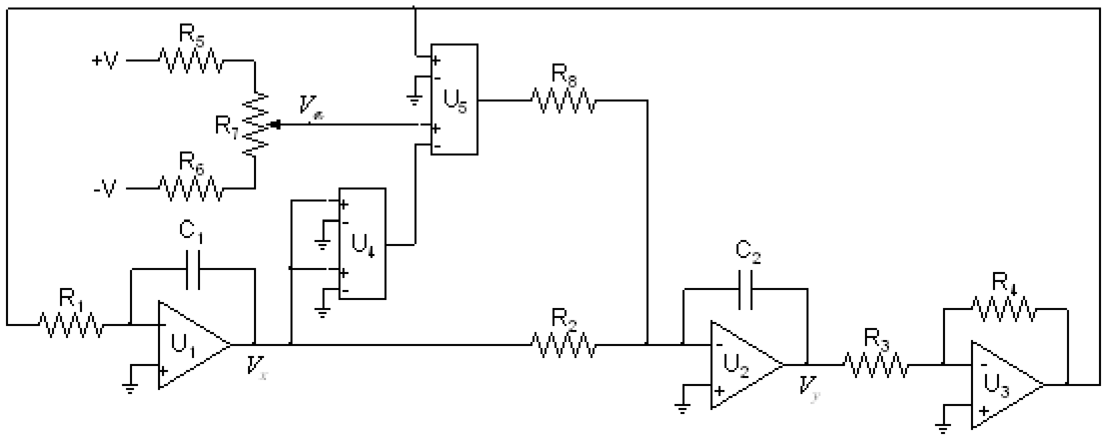

Рис.3. Электронная схема осциллятора Ван дер Поля

Электронная схема описывается системой уравнений (1), где напряжения V_x и V_y соответствуют переменным x и y. Операционные усилители в цепи U_1, U_2 и U_3 могут быть любыми, например *TL082*. В качестве умножителей U_4 и U_5 можно использовать аналоговые умножители *AD633* с дифференциальным входом. Другие значения электронных компонентов схемы показаны ниже в таблице 1.

R1, R2, R3, R4	*R5, R6*	*R7*	*R8*	*C1, C2*	*U1, U2, U3*	*U4, U5*
10 кОм	25 кОм	40 кОм потенцио-метр	1 кОм (см.текст)	0.01 μФ	TL082 ½ Dual BiFET Op Amp	AD633, Low Cost Analog Multiplier

Таблица 1. Предлагаемые значения номиналов электронных компонентов и устройств

7. Заключение

Изучение генератора Ван-дер-Поля важно для понимания явления синхронизации, поскольку этот генератор является классическим примером автоколебательной системы с нелинейными характеристиками, которая демонстрирует, как внешнее воздействие может приводить к синхронизации колебаний. Модель Ван-дер-Поля, представляющая собой осциллятор с нелинейным демпфированием, позволяет исследовать сложные динамические процессы, такие как переходы между состояниями и устойчивость синхронизации.

Список использованных источников

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J., Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.-508p.
2. Rosenblum M., Pikovsky A., Self-organized quasiperiodicity in oscillator ensemble with global nonlinear coupling //Phys. Rev. Lett.- 2007.-Vol. 98, №6.-P.064101(4).
3. Греченко Т.Н., Психофизиология: учебное пособие. – М.: Гайдарики, 1999. – 358 с.
4. Aschoff J., Daan S., Groos G.A., Vertabrate Circadian Sysytems. Structure and Physihology.- Berlin: Springer,1982.-250p.
5. Moore R.Y., A clock for the ages //Science.- 1999.-Vol. 284.-P.2102-2103.
6. Golomb D., Hansel D., Mato G., Mechanisms of synchrony of neural activity in large networks in Neuroinformatics and Neural Modeling, ser. Handbook of Biological Physics, F. Moss and S. Gielen, Eds. Amsterdam: Elsevier, 2001.- Vol. 4, pp. 887–968.
7. Strogatz S. H., From Kuramoto to Crawford: Exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators //Physica D.- 2000.-Vol.143, no. 1-4, pp. 1–20.
8. Ott E., Chaos in Dynamical Systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition, 2002.
9. Kuramoto Y., Chemical Oscillations, Waves and Turbulence. Berlin: Springer, 1984.